Алгебра
Уравнения

I-80 Уравнение. Положим, мы желаем решить такую задачу: отцу 40 лет, сыну 17 лет. Через сколько лет отец будет вдвое старше сына? Обыкновенным (арифметическим) путём задачу решить трудно. Решим её, применив буквенное обозначение. Обозначим искомое число лет буквой *x*. Через *x* лет отцу будет (40+x) лет, а сыну будет (17+x) лет. Условие задачи мы можем записать в виде равенства: $40+x=2\cdot(x+17)$.
Такое равенство называют ***уравнением*** относительно переменной *x*.

Отнимем от обеих частей уравнения его правую часть (чтобы справа остался нуль) и получим ***равносильное*** уравнение:
$40+x-2\cdot(x+17)=0$,
которое решим (например, перебором) на разумном интервале $0<x<100$:
$x0:=\mathrm{root}(40+x-2\cdot(x+17),x,0,100)=6$.
Это и есть решение задачи: $x0=6$ (лет).

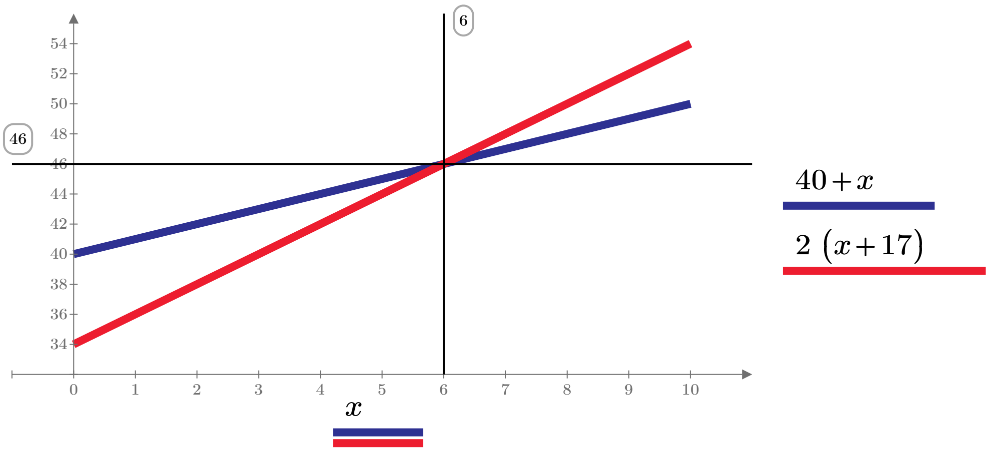
Вообще говоря, если обе части равенства, содержащие одну или несколько букв (переменных), имеют одинаковую численную величину не при всяких численных значениях этих переменных, то данное равенство называется ***уравнением***, а эти переменные называются ***неизвестными*** (числами) уравнения.

Решить уравнение — значит найти те значения входящих в него неизвестных, которые удовлетворяют уравнению, т.е. обращают его в тождество. Эти значения неизвестных называются ***корнями*** уравнения.

Как мы увидим далее, уравнение с одним неизвестным может иметь один корень, два корня и более.

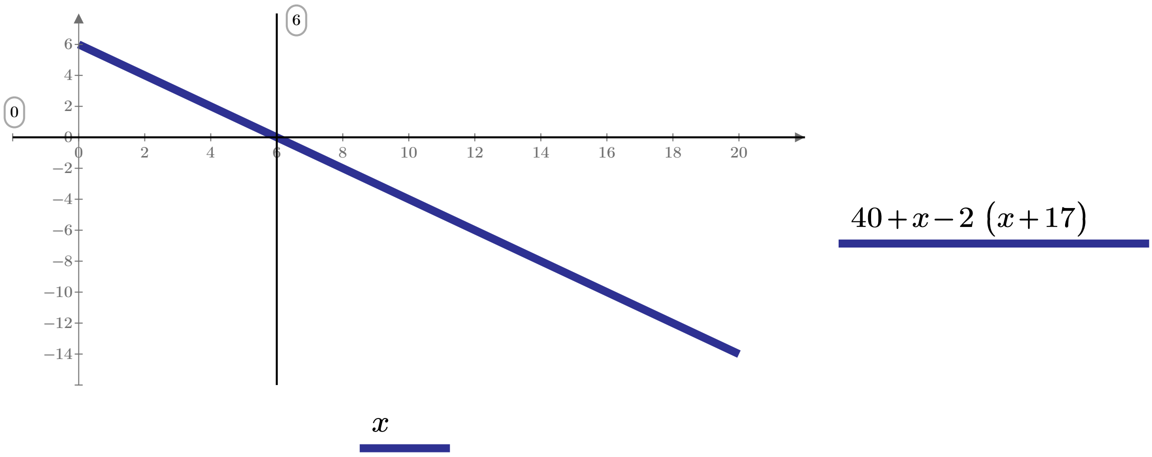
К-1 Графический способ решения уравнения. Для наглядности проиллюстрируем решение уравнения из предыдущего пункта при помощи графика. Отложим на графике две зависимости от переменной *x*, представляющие левую и правую часть исходного уравнения (т.е. возраст отца и удвоенный возраст сына через *x* лет):

$x:=0,1..20$



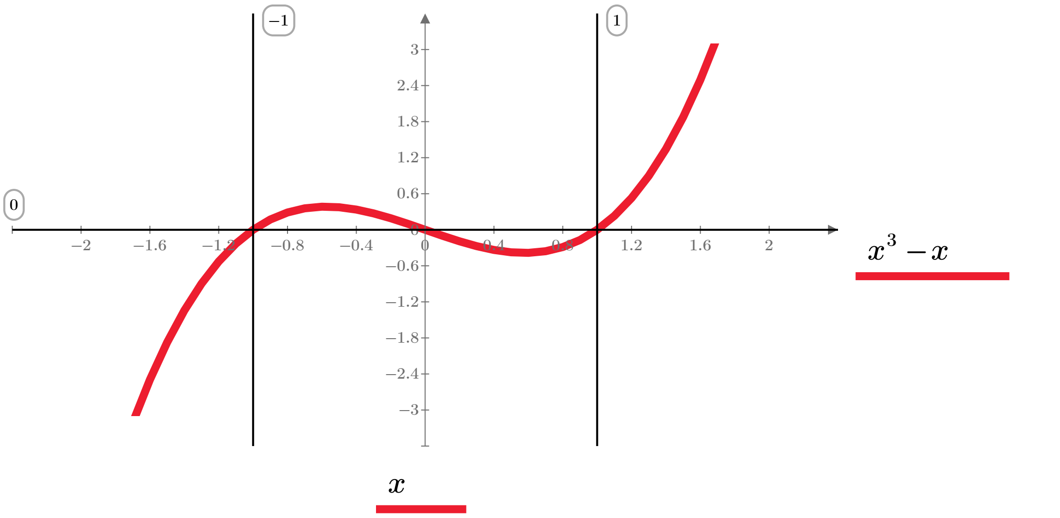
В точке пересечения этих графиков левая и правая часть уравнения будут равны, т.е. значение переменной *x* в точке пересечения и будет корнем уравнения. По графику можно убедиться, что корень единственный.

Аналогично можно решить графически и равносильное уравнение с нулевой правой частью. Его смысл заключается в том, что ***невязка*** (т.е. разность между левой и правой частями исходного уравнения) в корне равна нулю:



К-2 Задача. Существуют ли такие два куба, для которых отношение объемов равно отношению их ребер? Обозначим переменной *x* отношение ребер этих кубов. Тогда условие задачи выразит уравнение $x^3 = x$, или $x^3 - x = 0$:

$$x := -2, -1.9 .. 2$$



Уравнение имеет три корня, но только один из них положительный (нас интересуют только положительные корни, ведь отношение ребер может быть только больше 0). Этот корень равен 1, т.е. двух разных кубов, удовлетворяющих условию задачи, не существует.